1973 - Seconde C

Arrêté du 30 Mai 1973

PROGRAMME DE SECONDE CT

Horaire hebdomadaire : 5 heures

Le programme ci-dessous fixe des *objectifs*, en laissant la liberté au professeur de choisir la voie à suivre et l'ordre d'exposition.
Les exemples cités sont donnés à titre indicatif : ils ne sont ni obligatoires ni exhaustifs.
Ce programme donne de nombreuses occasions de revoir les notions relatives aux relations, applications, structures; aucune révision systématique n'est à faire à leur sujet.
A l'occasion des divers énoncés rencontrés, les élèves auront leur attention attirée sur le rôle joué en mathématiques par les principaux « connecteurs » (*et, ou, non, si... alors* et ses synonymes, *équivaut* et ses synonymes) et « quantificateurs » *(quel que soit, il existe)*. Ils noteront leurs règles d'emploi, tant pour formuler les énoncés que pour conduire les raisonnements.

I. ALGÈBRE LINÉAIRE ET SES APPLICATIONS.

Nota bene. Dans toute cette partie, on s'attachera à montrer l'utilité de figures, soit que celles-ci représentent l'espace sensible dont on cherche à construire un modèle mathématique, soit qu'elles donnent une image suggestive d'une étude théorique; on indiquera notamment des conventions relatives à la représentation des vecteurs.

1. Introduction à la notion d'espace vectoriel sur $\mathbb{R}$

Exemples d'ensembles où sont définies des combinaisons linéaires, et de sous-ensembles stables par combinaisons linéaires : *Ensembles de fonctions numériques* (en particulier, fonctions numériques d'une variable réelle dont on fera l'étude et dont on donnera la représentation graphique, cf. II. 2), $\mathbb{R}^n$ pour quelques valeurs numériques de n (y compris $n = 1$, 2 ou 3), ensemble des « vecteurs du plan » (cf. Programme de géométrie de 4e et I. 4).
Exemples de combinaisons linéraires de vecteurs dans des situations qui préparent la définition des bases.

2. Mise en forme des résultats de l'étude précédente.

Définition des espaces vectoriels sur $\mathbb{R}$, de leurs sous-espaces vectoriels, de la dépendance linéaire d'une famille de vecteurs. Bases et dimension, coordonnées d'un vecteur dans une base : définition et exemples : l'espace des « vecteurs du plan » a une infinité de bases qui ont toutes deux éléments. (L'existence générale et la non-unicité des bases, la notion de dimension seront admises : aucune démonstration générale ne sera faite à ce sujet). L'intersection de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.

3. Applications linéaires.

Définition, exemples (homothéties, projections, ...). Isomorphismes d'un espace vectoriel sur un autre : une base à p éléments d'un espace vectoriel E détermine un isomorphisme de E sur $\mathbb{R}^p$.
Sur des exemples, image et noyau d'une application linéaire.
Équations linéaires; système de deux équations linéaires à deux inconnues.

4. Géométrie plane.

Vecteurs et translations du plan étudié en classe de 4e.
Représentation vectorielle des droites du plan.
Exemples d'applications affines du plan dans lui-même : translations, homothéties, symétries, projections...
Repères cartésiens. Interprétation géométrique d'une équation linéaire, d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues.
Rapport de projection orthogonale (rappel de la classe de 3e) dans le plan euclidien : produit scalaire, c'est une forme bilinéaire symétrique définie positive sur l'espace vectoriel des « vecteurs du plan ». Application à des problèmes métriques, par exemple, transformation de l'expression $\overline{MA}^2 + k\,\overline{MB}^2$.

5. Géométrie de l'espace.

Étude descriptive de l'espace physique dont on pourra construire un premier modèle en étendant les méthodes vectorielles utilisées dans le plan, les vecteurs ou translations décrivant alors un espace vectoriel de dimension 3 sur $\mathbb{R}$.
Positions relatives de droites et de plans de l'espace. (On pourra soit faire « constater » les résultats au cours de l'étude descriptive de l'espace, soit déduire certains d'entre eux de la représentation vectorielle des droites et plans qu'on aura introduite).
Représentation de droites et de plans en perspective cavalière et en géométrie descriptive. (On remarquera que, bien que les instruments de dessin utilisés soient le té, l'équerre la règle graduée, seules des propriétés affines interviennent dans les dessins envisagés).

II. INTRODUCTION A L'ANALYSE

1. Structure de corps de $\mathbb{R}$ (toute étude générale de la structure des corps est en dehors du programme)

a) Rappels de 4e : application valeur absolue. Distance liée à la valeur absolue. Intervalles. Encadrement d'éléments de $\mathbb{R}$ par des nombres décimaux. Ordre de grandeur d'un résultat; Chiffres significatifs.

b) Calculs approchés dans des applications concrètes (physiques, technologiques... etc.)

On montrera que l'inégalité :

$$|x| < \frac{1}{2} \text{ entraîne } \left| \frac{1}{1+x} - (1-x) \right| \leqslant 2x^2.$$

En outre, on admettra que pour a appartenant à $\left\{-2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ l'inégalité $|x| \leqslant \frac{1}{2}$ entraîne $|(1+x)^a - (1+ax)| \leqslant 8x^2$.

Maniement de tables numériques; usage d'une machine à calculer de bureau.

2. Fonctions numériques d'une variable réelle et leurs représentations graphiques.

Fonctions monotones dans un intervalle. Fonctions affines par intervalles. Fonctions $x \longrightarrow \frac{a}{x}$.

Exercices de calcul sur les fonctions polynômes et les fonctions rationnelles.

3. Pour a strictement positif donné, homomorphisme $n \longmapsto a^n$ de $(\mathbb{Z}, +)$ dans $(\mathbb{R}^+, \times)$. Exemples d'utilisation physiques, technologiques ou économiques... etc. Maniement de la règle à calcul.

4. Polynôme du second degré à coefficients dans $\mathbb{R}$; décompositions, somme et produit de ses racines éventuelles.

N.B. Les problèmes proposés aux élèves, et dont les origines pourront être empruntées à d'autres disciplines que les mathématiques et pourront conduire à des équations et inéquations du premier ou second degré, devront en général comporter des questions de calcul numérique. Portant sur des phénomènes connus des élèves, ils pourront être présentés de façon à nécessiter un travail simple de mathématisation pour traduire leur énoncé en langage mathématique.